APELLIDOS : . . . . . .

inicial 1er apellido

NOMBRE: . . . . . GRUPO: . B. .

Examen Parcial MÉTODOS MATEMÁTICOS II (11-12-2020)

Justifica tus respuestas Tiempo: 1h 40min.

1.- Clasifica según los valores $\mathbf{a} \in \mathbf{R}$ el siguiente sistema de ec. Y obtén las soluciones cuando sea S.Compatible

$$\begin{cases} x & +y & +z & = \mathbf{a} \\ x & -y & +z & = -1 \\ \mathbf{a}x & & +z & = \mathbf{a}+1 \end{cases}$$

2.- En $\mathbf{R}^4$ se consideran los subespacios

$U = \mathcal{L}\{(0,1,0,1),(0,0,1,1),(0,1,-1,0)\}$ y $W = \{(x,y,z,t) : 2x - t = 0\}$.

a) Halla unas ecuaciones implícitas para U y una base para W.
b) Halla el subespacio vectorial $U + W$ y dimensión.
c) Halla el subespacio vectorial $U \cap W$, base y dimensión.

3.- Consideramos $\mathbf{R}^3$, y las bases $B = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$ y $B' = \{\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3\}$. Se sabe que

$$\vec{e}_1 = -\vec{u}_2 + \vec{u}_3,\ \vec{e}_2 = \vec{u}_1 - 5\vec{u}_2,\ \vec{e}_3 = -\vec{u}_1 + 3\vec{u}_3$$

Halla las dos matrices de cambio de base $M_{B,B'}$ y $M_{B',B}$. Y obten las coordenadas en la base B de $\vec{x} = (-1,0,-1)_{B'}$ y las coordenadas en la base B' de $\vec{y} = (2,-1,0)_B$.

4.- Consideramos la aplicación lineal $f : \mathbf{R^3} \mapsto \mathbf{R^4}$, y las bases canónicas de ambos espacios. De la aplicación f se sabe que

$$f(2,1,0) = (2,-4,0,0), \qquad f(0,1,1) = (0,-1,2,-3), \qquad (0,1,0) \in Ker(f),$$

a) Halla la expresión matricial de f respecto de las bases canónicas.
b) Halla unas ec. cartesianas del núcleo de f. ¿Es f inyectiva?
c) Halla una base y ec. implícitas para la imagen de f. ¿ Está $(2,2,2,2)$ en la imagen de f? ¿Es f sobreyectiva?